

Aufgabensammlung Klasse 8

Inhaltsverzeichnis

1	Potenzen mit natürlichen Hochzahlen	3
1.1	Rechenregeln für das Rechnen mit Potenzen	3
1.1.1	Addition und Subtraktion von Potenzen	3
1.1.2	Multiplikation und Division von Potenzen	4
1.1.3	Potenzen potenzieren	5
2	Potenzrechnung	6
3	Termumformungen	8
3.1	Multiplikation von algebraischen Summen	8
3.2	Binomische Formeln	9
3.2.1	Übungen	9

1 Potenzen mit natürlichen Hochzahlen

Merke:

Ein Ausdruck der Form a^n ($a \in \mathbb{Q}, n \in \mathbb{N}$) heißt Potenz mit der Basis a und dem Exponent n .
 a^n bedeutet das Produkt aus n gleichen Faktoren a . $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ Faktoren}}$

Es gilt $a^0 = 1$

Beispiel 1

$$2^7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 128$$

$$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$$

Aufgabe 1.1

Berechne ebenso:

a) $2^5 =$

c) $10^6 =$

e) $6^3 =$

b) $4^3 =$

d) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 =$

f) $5^4 =$

1.1 Rechenregeln für das Rechnen mit Potenzen

1.1.1 Addition und Subtraktion von Potenzen

Merke:

1. Man kann nur gleiche Potenzen addieren und subtrahieren!
Eine Zahl die als Faktor bei einer Potenz steht heißt Koeffizient der Potenz.
2. Gleiche Potenzen werden addiert (subtrahiert) indem man ihre Koeffizienten addiert (subtrahiert) und die Potenz beibehält.

Beispiel 2

$$3a^2 + 4a^2 = (3 + 4)a^2 = 7a^2$$

$$5a^3 - 2a^3 = (5 - 2)a^3 = 3a^3$$

Aufgabe 1.2

Berechne:

a) $4a^2 + 9a^2 =$

c) $2x^4 + 3x^4 + 11x^4 =$

e) $12y^2 - 3y^2 + 5y^2 - 7y^2 =$

b) $3x^3 - 2x^3 =$

d) $x^3 + 8x^3 =$

f) $5z^8 - 4z^8 =$

1.1.2 Multiplikation und Division von Potenzen

Merke:

1. Sind weder Basis noch Exponent zweier Potenzen gleich, dann lässt sich das Produkt oder der Quotient aus beiden nicht weiter vereinfachen.

Merke:

Haben beide Potenzen die gleiche Basis dann gelten folgende Regeln:

1. Potenzen mit gleicher Basis werden multipliziert, indem man ihre Exponenten addiert und die Basis beibehält. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

2. Potenzen mit gleicher Basis werden dividiert indem man die Exponenten subtrahiert und die Basis beibehält. $a^n : a^m = a^{n-m}$

Beispiel 3

$$4^2 \cdot 4^3 = 4^{2+3} = 4^5$$

$$6^3 : 6^1 = 6^{3-1} = 6^2$$

Aufgabe 1.3

Berechne:

a) $a^7 \cdot a^3 =$

c) $x^4 \cdot x =$

e) $2^{20} : 2^{16} =$

b) $x^{11} \cdot x^3 =$

d) $x^3 : x^2 =$

f) $4^3 \cdot 4^2 =$

Merke:

Haben beide Potenzen den gleichen Exponenten gelten folgende Regeln:

1. Potenzen mit gleichem Exponenten werden multipliziert indem man das Produkt der Basen mit dem gleichen Exponenten potenziert. $a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$

2. Potenzen mit gleichem Exponenten werden dividiert indem man den Quotienten der Basen mit dem gleichen Exponenten potenziert. $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$

Beispiel 4

$$3^2 \cdot 5^2 = (3 \cdot 5)^2 = 15^2$$

$$10^3 : 5^3 = \left(\frac{10}{5}\right)^3 = 2^3$$

Aufgabe 1.4

Berechne:

a) $2^3 \cdot 2^4 =$

c) $10^5 : 5^5 =$

e) $12^6 : 6^6 =$

b) $3^2 \cdot 3^3 =$

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 =$

f) $5^3 : 2^3 =$

1.1.3 Potenzen potenzieren

Merke:

Potenzen werden potenziert indem man ihre Exponenten multipliziert. $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

Beispiel 5

$$(a^2)^3 = a^{2 \cdot 3} = a^6$$

$$(10^4)^3 = 10^{4 \cdot 3} = 10^{12}$$

Aufgabe 1.5

Berechne:

a) $(2^3)^3 =$

c) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^3 =$

e) $(z^6)^2 =$

b) $(x^4)^5 =$

d) $(x^{10})^8 =$

f) $(y^9)^4 =$

2 Potenzrechnung

Aufgabe 1: Berechne.

- | | | |
|------------|------------------------|--------------------|
| a) $0,2^3$ | c) $2^4 + 3 \cdot 5^3$ | e) $2^4 \cdot 2^6$ |
| b) $1,5^2$ | d) $2^3 \cdot 3^3$ | f) $(-3)^3$ |

Aufgabe 2: Berechne.

- | | | |
|---------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|
| a) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ | c) $\left(\frac{5}{8}\right)^{-2}$ | e) $\left(\frac{12}{7}\right)^{-1}$ |
| b) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$ | d) $\left(\frac{4}{5}\right)^{-2}$ | f) $\left(\frac{10}{3}\right)^3$ |

Aufgabe 3: Löse die Klammern auf.

- | | | |
|----------------------------|-----------------------------|--------------------|
| a) $x^4 \cdot (x^2 + x^3)$ | c) $2a^3 \cdot (a^2 - a^4)$ | e) $(2x + 3y)^2$ |
| b) $x^3 \cdot (x^6 - x^3)$ | d) $3a^3 \cdot (a^2 + a^4)$ | f) $(2x - 3)^{-1}$ |

Aufgabe 4: Faktorisiere.

- | | |
|--------------------------------------|--|
| a) $32x^2y^4 + 8x^3yz - 40x^5y^3z^2$ | c) $1,6u^3v^6 - 0,8u^2v^5 - 2,4u^4v^3$ |
| b) $6a^4 - 3a^2 + 4a^5$ | d) $5a^2b^3 + 6a^3b^2 + 15a^2b$ |

Aufgabe 5: Vereinfache.

- | | | |
|-----------------------|------------------------|----------------------------|
| a) $4^7 \cdot 4^{-4}$ | c) $1,5x^3 \cdot 2x^5$ | e) $4x^{-2} \cdot 5x^5$ |
| b) $16a^2 \cdot 2a^2$ | d) $25x^2y^2$ | f) $9x^{-3} \cdot 2y^{-3}$ |

Aufgabe 6: Vereinfache.

- | | | |
|------------------------------|---------------------------------|--|
| a) $x^3 \cdot x^2 \cdot x^4$ | c) $a^2 \cdot a^3 \cdot a^{-5}$ | e) $x^3 \cdot y^2 \cdot x^2 \cdot y^4$ |
| b) $x^3 \cdot x$ | d) $y^5 \cdot y^2$ | f) $x^2 \cdot x$ |

Aufgabe 7: Vereinfache.

- | | | |
|--|--|--------------------------------|
| a) $\frac{x^2 \cdot x^3}{x \cdot x^4}$ | c) $\frac{y^2 \cdot y^4}{y^3 \cdot y^2}$ | e) $\frac{x^{2n+3}}{x^{n-5}}$ |
| b) $\frac{16x^2y^2}{8xy^2}$ | d) $\frac{12a^2b^2}{3ab^2}$ | f) $\frac{x^{3m-2}}{x^{3m-5}}$ |

Aufgabe 8: Vereinfache.

- | | | |
|--|-----------------------------------|--------------------------|
| a) $\frac{4x^6 \cdot y^2z}{2x^3 \cdot y^5z}$ | c) $\frac{y^4 \cdot x^8}{(xy)^3}$ | e) $(3x)^3 \cdot (2y)^3$ |
| b) $\frac{(15x^2)^3}{(5x)^5}$ | d) $(12x^6) : (-4x^3)$ | f) $((3x)^2)^3$ |

Aufgabe 9: Schreibe mit positivem Exponenten.

2 POTENZRECHNUNG

a) $2 \cdot x^{-2}$

b) $x^3 \cdot y^{-3}$

c) $9 \cdot 10^{-2}$

d) $a^3 \cdot x^3 \cdot b^{-5}$

e) $(2b)^{-3}$

f) $4x^{-2}y^{-3}$

Aufgabe 10 : Schreibe ohne Bruch

a) $\frac{y^3}{x^4}$

b) $\frac{1}{x^3 \cdot y^2}$

c) $\frac{7}{10^2}$

d) $\frac{b}{1000}$

e) $\frac{9}{x^5 y^2}$

f) $\frac{2y^5}{x^4}$

g) $x^{\frac{1}{2}}$

h) $x^{\frac{1}{3}} \cdot y^{15}$

i) $x^{-\frac{2}{3}}$

Aufgabe 3 : Fasse zusammen.

a) $4y^3 + 3x^2 - 5z^4 + 2y^3 + z^4 - 2x^3$

c) $(x^4 - 1) : (x - 1)$

b) $(15a^4 - 12a^{3+n} + 9a^{1-n}) : 3a^2$

d) $3x^3 \cdot (4x^2 - 5x^4)$

3 Termumformungen

Merke:

Sinnvolle mathematische Gebilde aus Zahlen, Variablen, Klammern, Rechenzeichen und Funktionszeichen heißen Terme.

Bemerkung 3.0.1

Terme sind dem Wesen nach eine Zahl. Sie enthalten keine Zeichen der Form $=$, $<$, $>$. Man unterscheidet verschiedene Termarten wie Summe, Differenz, Produkt, Quotient, Bruch, Potenz etc.

3.1 Multiplikation von algebraischen Summen

Merke:

Algebraische Summen werden miteinander multipliziert, indem man jedes Glied der einen algebraischen Summe mit jedem Glied der anderen algebraischen Summe multipliziert und zwischen die entstehenden Produkte das richtige Rechenzeichen setzt.

Beispiel 6

$$(a + 2) * (3 - b) = 3a - ab + 2 * 3 - 2b = 3a - ab + 6 - 2b$$

Aufgabe 3.1

Multipliziere aus und fasse zusammen:

a) $(8x - 8y - 1)(x + 2y + 1)$

b) $(7 - 9x)(4 - 6y)$

c) $(x + 1)(x + 2)(x + 3)$

Folgende spezielle algebraische Summen sind sehr nützlich im weiteren Verlauf der Schulmathematik.

3.2 Binomische Formeln

Merke:

1. Binomische Formel:

$$(a + b)^2 = (a + b) * (a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

In Worten: Quadrat des 1. Terms plus doppeltes Produkt beider Terme plus Quadrat des 2. Terms.

Merke:

2. Binomische Formel:

$$(a - b)^2 = (a - b) * (a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Merke:

3. Binomische Formel:

$$(a + b) * (a - b) = a^2 + ab - ab - b^2 = a^2 - b^2$$

3.2.1 Übungen

Aufgabe 3.2

Berechne mit der 1. binomischen Formel

- | | |
|---------------------------|--------------------------------------|
| a) $(x + 5)^2$ | d) $(7x + 3y^2)^2$ |
| b) $(\frac{3}{2} + 2y)^2$ | e) $(x^2 + y^2)^2$ |
| c) $(4x + 3y)^2$ | f) $(\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y)^2$ |

Aufgabe 3.3

Berechne mit der 2. binomischen Formel

- | | |
|---------------------------|--------------------------------------|
| a) $(x - 7)^2$ | d) $(y^2 - 6)^2$ |
| b) $(\frac{5}{2} - 2y)^2$ | e) $(2x^2 - 5)^2$ |
| c) $(2x - 4y)^2$ | f) $(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}y)^2$ |

Aufgabe 3.4

Berechne mit der 3. binomischen Formel

a) $(x + 5)(x - 5)$

d) $(y^2 + 2y)(y^2 - 2y)$

b) $(\frac{3}{2} - y)(\frac{3}{2} + y)$

e) $(0.3x - 5)(0.3x + 5)$

c) $(5x - y)(5x + y)$

f) $(\frac{1}{3}x - y^2)(\frac{1}{3}x + y^2)$

Aufgabe 3.5

Berechne mit Hilfe der binomischen Formeln

a) $(x + 4)(x - 4)$

d) $(y^2 + 2y)^2$

g) $(2 + 8x)^2$

b) $(\frac{3}{2} - y)^2$

e) $(0.5x - 8)^2$

h) $(12 - 3x)^2$

c) $(2x - y)(2x + y)$

f) $(x - 1)^2 + (x + 1)^2$

i) $(1, 5x + 4)^2$

Aufgabe 3.6

Schreibe als eine Potenz und berechne

a) $3^2 \cdot 5^2$

d) $8^3 \cdot 125^3$

g) $x^3 \cdot y^3$

j) $\frac{1}{2} \cdot 6^3$

b) $2^4 \cdot 2^5$

e) $4^2 \cdot 25^2$

h) $x^2 \cdot y^3 \cdot x$

k) $(\frac{1}{3})^3$

c) $x \cdot x^3$

f) $(x^3)^2$

i) $(x^5)^3$

l) $(\frac{3}{4})^2$